



# KONSTRUKTIONER

I Euklidisk geometri

EUROPASKOLAN  
STRÄNGNÄS

JOHAN WILD

2020-05-15

©Johan Wild johan.wild@europaskolan.se Får gärna användas i undervisning, kontakta i så fall författaren.

## 1 Att dela en sträcka i två lika delar

Sträcka  $AB$  skall delas i två lika delar.

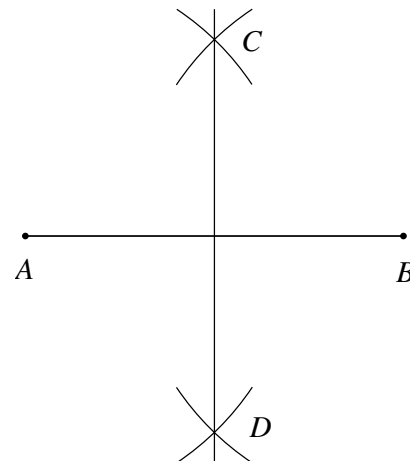
Ställ in passaren på ett avstånd större än halva  $AB$ .

Rita två cirkelbågar med  $A$  som medelpunkt och passarens avstånd som radie. Rita cirkelbågarna och markera skärningspunkterna  $C$  och  $D$ .

Använd samma avstånd på passaren som radie och rita två cirkelbågar som skär de två första.

Skärningspunkterna är  $C$  och  $D$ .

Drag linje genom  $C$  och  $D$ . Den delar  $AB$  i två lika delar.



## 2 Konstruktion av normal till linje genom given punkt utanför linjen

En normal till  $AB$  skall konstrueras så att den går genom punkt  $C$ .

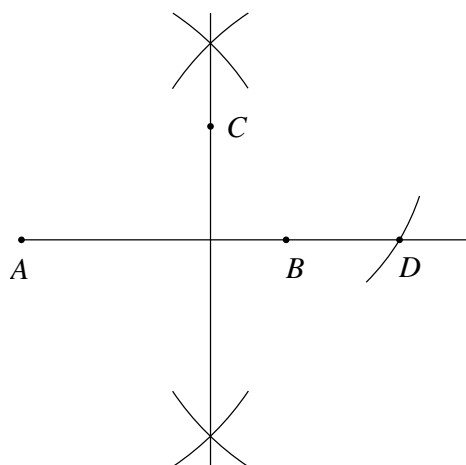
Förläng  $AB$ .

Mät upp  $AC$  på passaren.

Rita cirkelbåge med  $C$  som medelpunkt och  $AC$  som radie som skär förlängningen av  $AB$ .

Skärningspunkten är punkt  $D$ .

Konstruera linje som delar  $AD$  i två lika delar. Denna linje är normal till  $AB$  genom punkt  $C$ .



### 3 Konstruktion av normal till linje genom given punkt på linjen

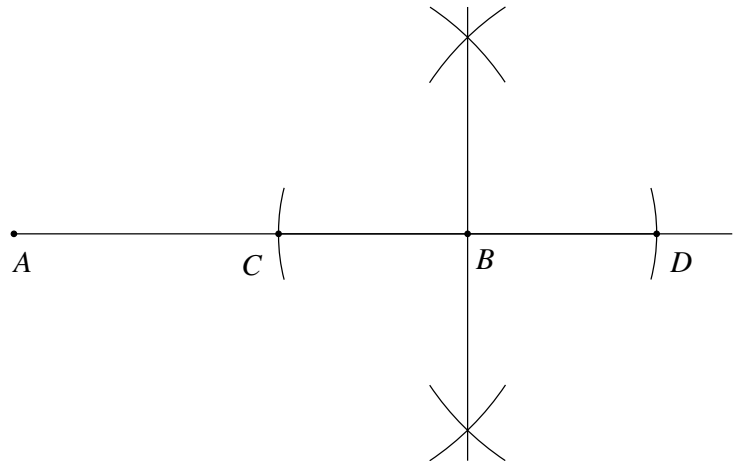
En normal till  $AB$  skall konstrueras så att den går genom punkt  $B$ .

Förläng  $AB$ .

Mät upp två punkter  $C$  och  $D$  på samma avstånd från  $B$ .

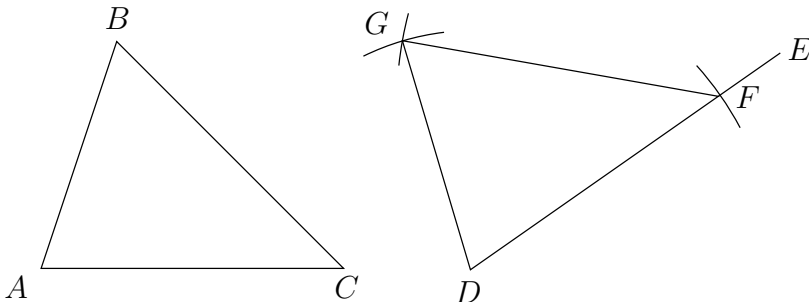
Konstruera linje som delar  $CD$  i två lika delar.

Denna linje är normal till  $AB$  genom punkt  $B$ .



### 4 Konstruktion av kongruent triangel

En triangel  $ABC$  är given. En triangel som är kongruent med denna skall konstrueras så att sida  $AC$  sammanfaller med en given linje  $DE$ .



Mät upp sträcka  $AC$  på passaren. Markera punkt  $F$  på linje  $DE$  så att  $AC = DF$ .

Mät upp sträcka  $AB$  på passaren. Rita en liten cirkelbåge med centrum i  $D$  och  $AB$  som radie.

Mät upp sträcka  $BC$  på passaren. Rita en liten cirkelbåge med centrum i  $F$  och  $BC$  som radie.

Låt cirkelbågarna skära varandra i punkt  $G$  och bilda  $\triangle DGE \cong ABC$ .

## 5 Konstruktion parallell linje genom given punkt

En linje är given, samt en punkt utanför denna. En linje skall konstrueras som går genom punkten och som är parallell med linjen.



Punkten  $A$  är given.

Markera punkterna  $B$  och  $C$  på linjen. Dessa kan väljas godtyckligt.



Mät upp sträcka  $AB$  på passaren. Rita en liten cirkelbåge med centrum i  $C$  och  $AB$  som radie.

Mät upp sträcka  $BC$  på passaren. Rita en liten cirkelbåge med centrum i  $A$  och  $BC$  som radie.

Låt cirkelbågarna skära varandra i punkt  $D$ . Linje  $AD$  är nu parallell med den givna linjen.

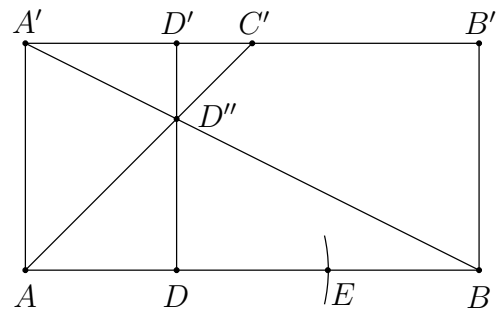
## 6 Att dela en sträcka i tre lika delar

Sträckan  $AB$  skall delas i tre lika delar.

Konstruera två normaler till  $AB$  genom punkterna  $A$  respektive  $B$ . Gör dem lika långa:  $AA' = BB'$ .

Dela  $A'B'$  i två lika delar:  $A'C' = C'B'$ .

Drag  $A'B$  och  $AC'$ . Skärningspunkten är  $D''$ .



Konstruera normal till  $AB$  genom punkt  $D''$ . Denna skär  $AB$  i punkt  $E$ .

Mät upp  $AD$  med passaren och rita cirkelbåge med  $D$  som centrum och  $AD$  som radie. Denna skär  $AB$  i punkt  $E$ .

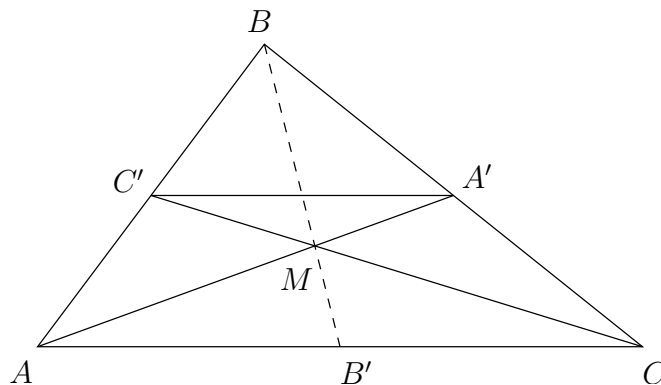
$$\begin{aligned} AB &= 3AD \\ AD &= DE = EB \end{aligned}$$

## 7 Konstruktion av masscentrum för triangel

Begreppet masscentrum är egentligen ett begrepp i fysiken. I ett homogent gravitationsfält sammanfaller denna punkt med tyngdpunkten. Ett viktigt faktum är att en fri kropp som roterar, gör det runt sitt masscentrum.

Man kan visa att masscentrum för en triangel sammanfaller med skärningspunkterna för dess medianer. En median i en triangel är en linje från ett hörn till mittpunkten på motstående sida.

Konstruktionen är mycket enkel: Konstruera mittpunkten på två av sidorna och dra medianerna. Det går att bevisa att skärningspunkten för alla tre medianerna sammanfaller.



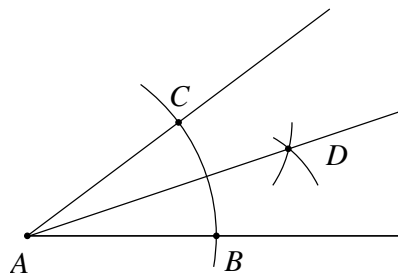
## 8 Konstruktion av bisektris

Bisektris till vinkel  $A$  skall konstrueras.

En cirkelbåge med någon radie ritas med centrum i  $A$  så att den skär båda vinkelbenen i punkterna  $B$  och  $C$ .

Två cirkelbågar med samma radie ritas med centrum i  $B$  respektive  $C$  så att de korsar varandra. Skärningspunkten är  $D$ .

Linje  $AD$  är bisektris till vinkel  $A$ .



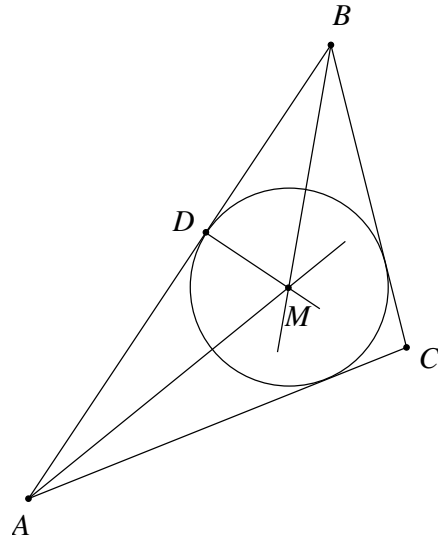
## 9 Konstruktion av en cirkel inskriven i en triangel

I  $\triangle ABC$  skall en cirkel skrivas in.

Bilda bisektriser till  $\angle A$  och  $\angle B$ . Dessa skär varandra i punkt  $M$ .

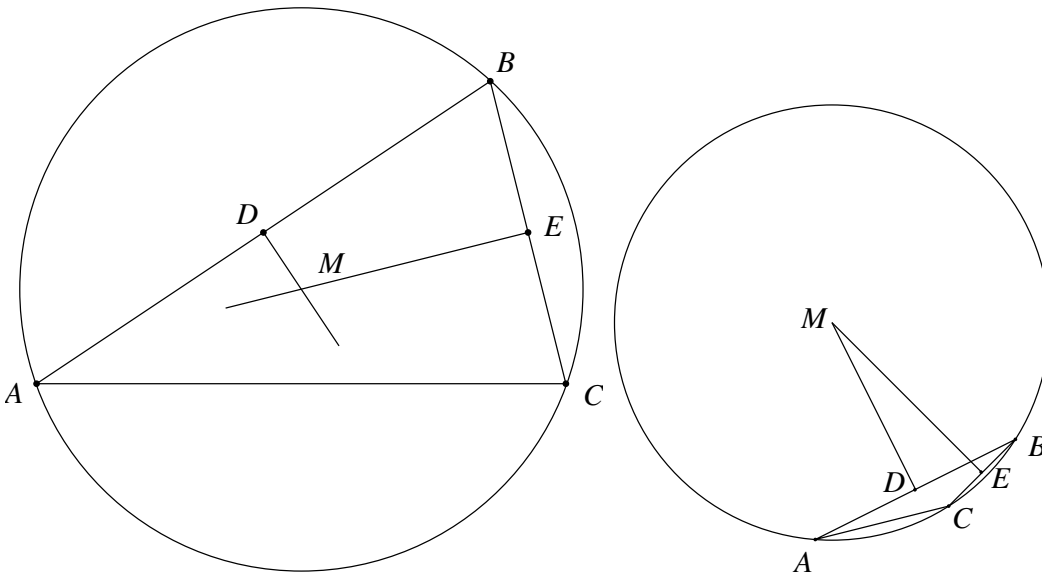
Bilda normal till  $AB$  som går genom punkt  $M$ . Den har punkt  $D$  gemensam med  $AB$ .

Rita en cirkel med medelpunkt i  $M$  och  $DM$  som radie. Denna tangerar  $BC$  och  $AC$ .



## 10 Konstruktion av en cirkel som omskriver en triangel

En cirkel som omskriver  $\triangle ABC$  skall konstrueras. I figuren till höger är  $\triangle ABC$  trubbvinklig, vilket gör att cirkelns medelpunkt faller utanför triangeln.



Bilda mittpunkterna  $D$  och  $E$  till  $AB$  respektive  $BC$ .

Bilda normaler till  $AB$  och  $BC$  som går genom  $D$  och  $E$ . Dessa skär varandra i punkt  $M$ .

Rita en cirkel med medelpunkt i  $M$  och  $AM$  som radie. Punkt  $B$  och  $C$  ligger på denna.

## 11 Konstruktion av regelbunden sexhörning

En regelbunden sexhörning med sida  $AM$  skall konstrueras.

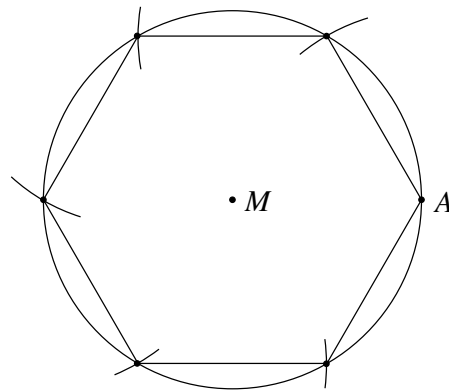
Rita en cirkel med centrum i  $M$  och Radie  $AM$ .

Markera punkt  $A$  på cirkeln.

Rita en cirkelbåge med centrum i  $A$  och  $AM$  som radie som skär cirkeln.

Upprepa detta fyra gånger till så att nästa cirkelbåge har centrum där den förra cirkelbågen skär cirkeln.

Drag linjer mellan de på cirkeln markerade punkterna.



## 12 Konstruktion av gyllene snittet

Sträckan  $AB$  är given. En punkt på  $F$  skall konstrueras mellan  $A$  och  $B$  så att

$$\frac{AF}{AB} = \frac{BF}{AF}.$$

Vidare skall en punkt  $H$  på förlängningen av  $AB$  konstrueras så att

$$\frac{BH}{AB} = \frac{AB}{AH}.$$

Konstruera mittpunkten  $C$  på  $AB$ .

Konstruera en normal till  $AB$  genom punkt  $B$ .

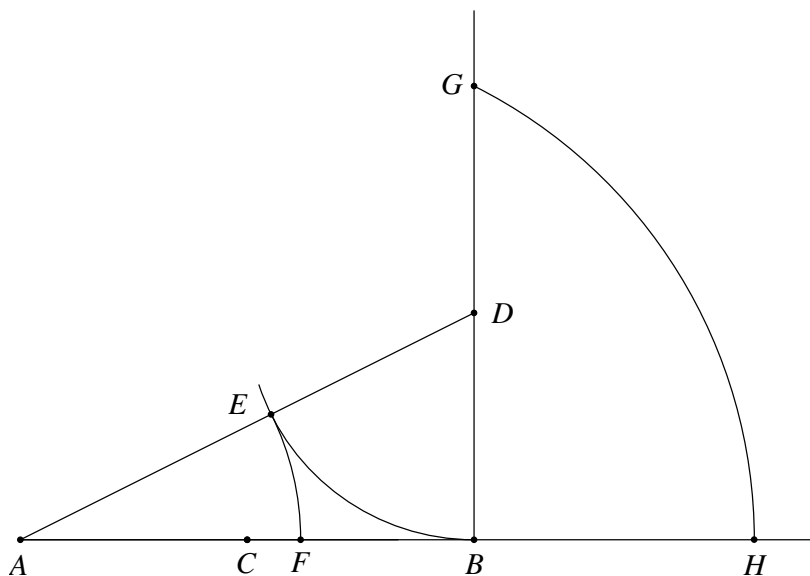
Markera en punkt  $D$  på denna så att  $BD = BC$ .

Drag linje  $AD$ . Markera punkt  $E$  på denna linje så att  $BD = DE$ .

Markera punkt  $F$  på linje  $AB$  så att  $AF = AE$ .

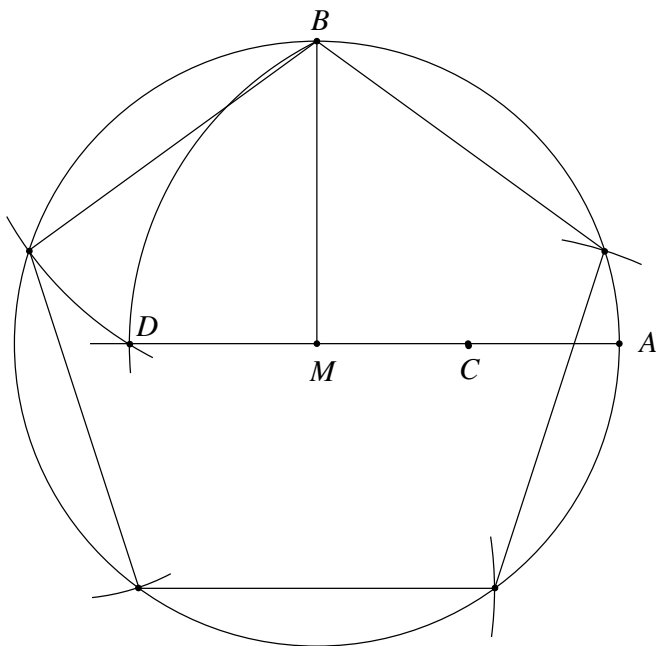
Markera punkt  $G$  på normalen till  $AB$  så att  $AB = BG$ .

Rita cirkelbåge med centrum i  $C$  och  $CG$  som radie. Denna skär förlängningen av  $AB$  i punkt  $H$ .



## 13 Konstruktion av regelbunden femhörning

En femhörning med inskriven i en cirkel med centrum i  $M$  och radie  $AM$  som radie skall konstrueras.



Rita en cirkel med centrum i  $M$  och  $AM$  som radie.

Drag linje  $AM$  och förläng den bortom  $M$ . Konstruera mittpunkten  $C$  på sträcka  $AM$ .

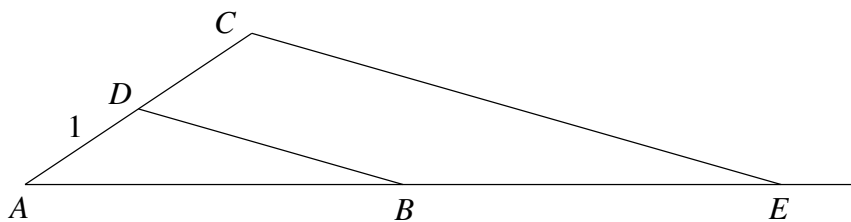
Konstruera normal till  $AM$  genom  $M$ . Markera punkt  $B$  där denna skär cirkeln.

Rita cirkelbåge med centrum i  $C$  och  $BC$  som radie så att denna skär förlängningen av  $AM$  i punkt  $D$ .

Femhörningen har sida  $BD$ . Markera hörnen på cirkeln.

## 14 Konstruktion av produkt

Produkten av två längder skall konstrueras. Låt de två givna längderna representeras av sträckorna  $AB$  och  $AC$ .



Rita två strålar i punkt  $A$  med vinkeln  $v < R$  mellan dem. Markera punkt  $B$  och  $C$  på vinkelbenen.

Markera punkt  $D$  på strålen genom  $C$  så att  $AD$  är en längdenhet.

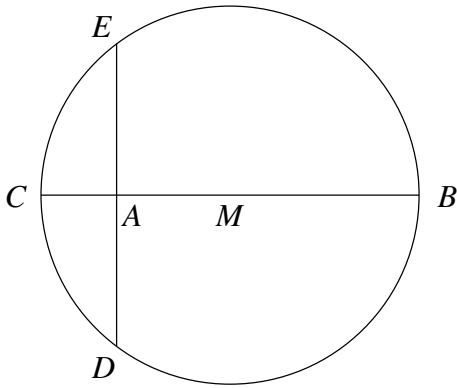
Drag linje  $BD$ .

Konstruera en linje genom  $C$  parallell med  $BD$  genom  $C$ . Markera dess skärningspunkt  $E$  med strålen genom  $B$ .

Sträckan  $AE$  har en längd som är produkten av de två ursprungliga längderna.

## 15 Konstruktion av kvadratroten

En sträcka vars längd är kvadratroten ur längden av en given sträcka  $AB$  skall konstrueras.



Förläng  $AB$  till  $C$  så att  $AC$  representerar en längdenhet.

Konstruerar mittpunkten  $M$  på  $AC$  och rita cirkeln med medelpunkt i  $M$  och  $MC$  som radie.

Konstruera en normal genom  $A$  som skär cirkeln i  $D$  och  $E$ .

Längden av sträckan  $AD$  är kvadratroten ur längden av sträcka  $AB$ .